Wydział Odlewnictwa

Wirtualizacja procesów odlewniczych

Katedra Informatyki Stosowanej WZ AGH

Metody badań operacyjnych

Projektowanie informatycznych
systemów zarządzania produkcją

OM – wprowadzenie

- Zarządzanie operacyjne (operations management, OM) jest funkcją biznesową odpowiedzialną za zarządzanie procesem tworzenia towarów i usług. Obejmuje ona na planowanie, organizowanie, koordynowanie i kontrolowanie wszystkich zasobów potrzebnych do produkcji dóbr i usług firmy. OM obejmuje zarządzanie personelem, urządzeniami, technologią, informacjami i wszelkimi innymi środkami potrzebnymi do produkcji towarów i usług. Zarządzanie operacyjne jest podstawową funkcją każdej firmy.
- Zarządzanie operacyjne koncentruje się na przekształcaniu materiałów i robocizny w towary i usługi tak skutecznie, jak to możliwe, w celu tworzenia i dostarczania wartości dla klientów.

OM – wprowadzenie

- Zarządzanie operacyjne jest podstawą do projektowania i wdrażania produktów, procesów, usług i łańcuchów dostaw. Bierze ono pod uwagę nabycie, rozwój i wykorzystanie zasobów, potrzebnych przedsiębiorstwu, by dostarczać towary i usługi, które chcą ich klienci.

OM – wprowadzenie

Czynności OM w firmie to między innymi:

- Prognozowanie popytu
- Planowanie produkcji
- Harmonogramowanie
- Zarządzanie zapasami
- Zapewnienie i kontrola jakości
- Motywowanie pracowników
- Decydowanie o lokalizacji zakładów

Kluczowe pytania:

- Jakie: zasoby/ilości mamy
- Kiedy: potrzebne/planowane/zamówione
- Dlaczego: praca ma być wykonana
- Gdzie: praca ma być wykonana
- Kto: pracę wykona
- Ile: ma być wyprodukowane

OM – podejmowanie decyzji

Podejmowanie decyzji w obszarze zarządzania operacyjnego jest wspierane przez wiele metod i narzędzi:

- Modelowanie matematyczne
- Techniki heurystyczne
- Drzewa decyzyjne
- Symulacja
- Teoria kolejek
- Modele zapasów
- Narzędzia statystyczne
- Narzędzia ekonometryczne
- Analiza sieciowa
- Inteligencja obliczeniowa

OM – podejmowanie decyzji

Badania operacyjne (Management Science - MS, Operations Research - OR):

- to podejście do podejmowania decyzji oparte na metodach naukowych.
- zakłada intensywne użycie analizy ilościowej.

Cztery etapy analizy ilościowej:

1. Opracowanie modelu.
2. Przygotowanie danych.
3. Rozwiązanie modelu.
4. Raportowanie wyników.

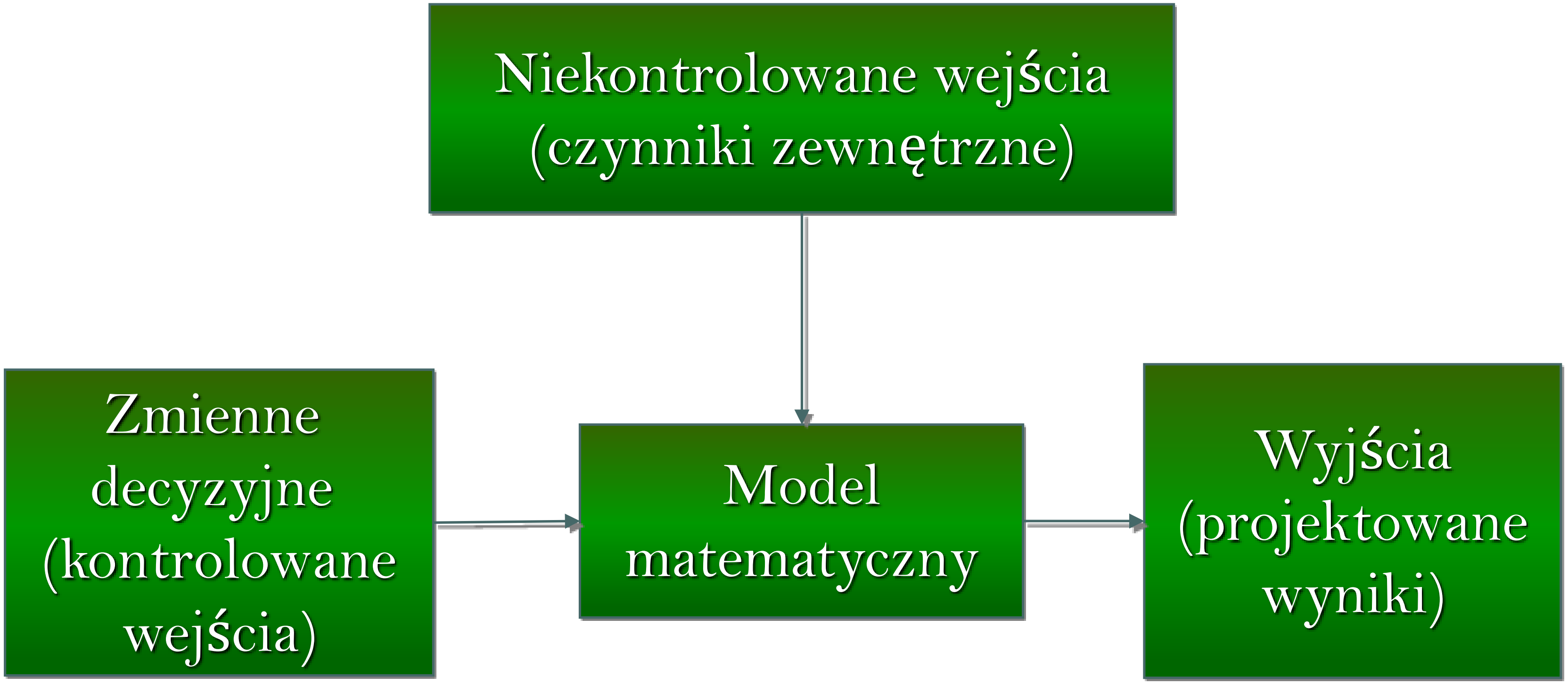
OM – podejmowanie decyzji

- Model jest abstrakcją rzeczywistych obiektów i sytuacji. Stanowi uproszczoną, i często wyidealizowaną, reprezentację rzeczywistości.
- Trzy formy modeli:
  1. Modele w skali - repliki fizyczne (skalarne reprezentacje) rzeczywistych obiektów (samolot w tunelu aerodynamicznym).
  2. Modele analogowe - fizyczne w formie, ale fizycznie nie przypominają modelowanego obiektu.
  3. Modele matematyczne - stanowią reprezentację problemu poprzez układ równań matematycznych i relacji logicznych, opartych na podstawowych założeniach, oszacowaniach i analizie statystycznej.
- Eksperymentowanie na modelach (w porównaniu z rzeczywistymi obiektami) jest:
  - mniej czasochłonne,
  - tańsze,
  - mniej ryzykowne.

OM – modele matematyczne

- Większość modeli numerycznych zawiera dane wejściowe, zmienne decyzyjne i dane wyjściowe.
  Dane wejściowe wprowadzają do modelu wartości stałe lub zmienne niekontrolowane; zmienne decyzyjne to zmienne kontrolowane przez decydenta.
  Dane wyjściowe są określone przez dane wejściowe i decyzyjne, i służą do wyboru pewnej kombinacji wartości zmiennych decyzyjnych, najlepszych z punktu widzenia rozwiązania problemu.
- Często szukamy maksimum/minimum tzw. funkcji celu przy spełnieniu podanych ograniczeń.
- Wartości zmiennych decyzyjnych, dla których otrzymujemy najlepszą wartość funkcji celu to rozwiązanie optymalne rozważanego modelu.

OM – modele matematyczne



OM – opracowanie modelu

Problem produkt mix

- Foundry Works Ltd. (FWL) wytwarza dwa rodzaje odlewów z żeliwa szarego; zdolności produkcyjne wynoszą b kg żeliwa (ze względu na pojemność pieca). Potrzeba a_1 kg żeliwa na wytworzenie jednostki produktu 1 i a_2 kg - produktu 2.
- Niech x_1 i x_2 oznaczają odpowiednio ilość wytwarzanego produktu 1 i produktu 2. Oznaczmy przez p_1 i p_2 zysk jednostkowy dla produktu 1 i 2.
- Prognoza sprzedaży wskazuje, że można sprzedać m_1 sztuk produktu 1 i m_2 sztuk produktu 2.

OM – opracowanie modelu

Problem produkt mix – model matematyczny

Całkowity zysk miesięczny =

(zysk jednostkowy dla produktu 1) * (wielkość produkcji produktu 1)

+ (zysk jednostkowy dla produktu 2) * (wielkość produkcji produktu 2)

$$= p_1 x_1 + p_2 x_2$$

Chcemy maksymalizować zysk miesięczny firmy (funkcja celu):

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \rightarrow \text{Max}$$

Ilość żeliwa potrzebna na miesięczną produkcję =

(jednostkowe zużycie na produkt 1) * (wielkość produkcji produktu 1)

+ (jednostkowe zużycie na produkt 2) * (wielkość produkcji produktu 2)

$$= a_1 x_1 + a_2 x_2$$

Ilość ta nie może być większa niż zdolności produkcyjne b:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq b$$

OM – opracowanie modelu

Problem produkt mix – model programowania liniowego

- Miesięczna wielkość produkcji produktu 1 i 2 nie może być ujemna: $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$
  i nie może przekraczać zapotrzebowania: $x_1 \leq m_1$, $x_2 \leq m_2$
- Formalny zapis modelu:

Funkcja celu

$$\text{Max} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$\text{przy:} \quad \left.\begin{aligned} a_1 x_1 + a_2 x_2 &\leq b \\ x_1 &\geq 0 \\ x_1 &\leq m_1 \\ x_2 &\geq 0 \\ x_2 &\leq m_2 \end{aligned}\right\}$$

Ograniczenia

OM – opracowanie modelu

Problem produkt mix – model programowania liniowego

Pytania:

- Jakie są zmienne niekontrolowane?
- Jakie mamy tu zmienne decyzyjne ? Funkcja celu? Ograniczenia?
- Model jest deterministyczny czy stochastyczny?
- Czy to dobry (użyteczny) model (odzwierciedlający rzeczywiste problemy)?
- Jak możemy go rozszerzyć (urealnić)?

OM – przygotowanie danych

- Przygotowanie danych nie jest trywialnym etapem, ze względu na czas potrzebny i możliwość błędów podczas zbierania danych.
- Model ze 100 zmiennymi decyzyjnymi i ograniczeniami może wymagać tysięcy danych.
- Często zdarza się, że wykorzystywana jest duża baza danych, więc może być potrzebna pomoc ze strony specjalistów IT.

OM – rozwiązanie modelu

- Analityk próbuje zidentyfikować zbiór wartości zmiennych decyzyjnych, który zapewnia najlepsze (optymalne) rozwiązanie modelu.
- Jeśli rozwiązanie nie spełnia wszystkich ograniczeń modelu, jest odrzucane jako niedopuszczalne.
- Jeśli rozwiązanie spełnia wszystkie ograniczenia modelu, jest dopuszczalne stając się kandydatem do rozwiązania optymalnego.
- Wiele różnych procedur zostało opracowanych dla rozwiązywania określonych modeli matematycznych. Większość praktycznych zastosowań wymaga użycia komputerów z dedykowanymi lub ogólnymi pakietami oprogramowania.

OM – testowanie i walidacja modelu

- Dokładność modelu może być oceniona dopiero wtedy, gdy generowane są rozwiązania.
- Małe problemy testowe o znanych, lub przynajmniej oczekiwanych, rozwiązaniach są stosowane do badania i walidacji modelu.
- Jeśli model generuje oczekiwane rozwiązania, można użyć modelu do rozwiązania pełnoskalowego problemu.
- Jeśli zidentyfikowano nieścisłości lub błędne działanie modelu, konieczna jest jego poprawa:
  - Zebranie większej liczby danych
  - Modyfikacja modelu
- Pamiętaj o GIGO.

OM – końcowe etapy

Raportowanie

- Raport menedżerski oparty jest na wynikach modelu; powinien być zrozumiały przez decydenta.
- Raport zawiera:
  - rekomendowane decyzje
  - inne istotne informacje o wynikach (na przykład, jak wrażliwe jest rozwiązanie modelu na założenia i wykorzystywane dane)

Wdrożenie modelu

- Udane wdrożenie modelu jest krytycznie ważne.
- Monitorowanie jak sprawuje się model.
- Być może koniecznie będzie dostrojenie modelu lub jego rozszerzenie.

OM – przykładowe wdrożenia

Libbey-Owens-Ford (LOF)

- LOF jest wielkim koncernem produkującym szkło okienne, zatrudniającym 9000 pracowników. Na początku lat 90. LOP zbudował i wdrożył wielki model LP produkcji i dystrybucji szkła.
- Model programowania liniowego FLAGPOL (FLAt Glass Products Optmization Model) służy do rocznego planowania produkcji ponad 200 wyrobów w 4 zakładach i ich dystrybucji do 40 odbiorców hurtowych. Prace trwały 2 lata i przyniosły roczne oszczędności ponad 2 mln USD.

OM – przykładowe wdrożenia

Timken Steel

- System planowania produkcji opracowany przez amerykańską firmę **i2 Technologies** o nazwie **RYTHM** dostarcza inteligentne rozwiązania dla planowania i harmonogramowania w przedsiębiorstwach. Integrują się one z systemami typu ***ERP*** i z transakcyjnymi systemami baz danych.
- W **Timken Steel**, produkującej pręty ze stali stopowej i rury bez szwu, realizowanych jest równocześnie od 8 do 15 tys. zamówień. Dzięki zastosowaniu systemu cykl produkcyjny w Timken został skrócony o 30 – 40%, zapasy zostały zredukowane o 25% i znacznie poprawiono terminowość realizacji zamówień. Ponieważ wyroby przepływają szybciej przez wydziały/oddziały, Timken zredukował wydatki operacyjne.

Decyzje lokalizacyjne

- Decyzje lokalizacyjne nie są ograniczone do jednej decyzji strategicznej dotyczącej budowy nowego obiektu produkcyjnego lub usługowego; większość organizacji stoi przed wyzwaniem zwiększenia zdolności poprzez dobór nowych lokalizacji lub rozbudowy istniejących.
- Decyzje lokalizacyjne:
  - Wybierz kryteria
  - Zidentyfikuj ważne czynniki
  - Opracuj alternatywne lokalizacje
  - Oceń alternatywy
  - Dokonaj wyboru

Decyzje lokalizacyjne

Kryteria decyzyjne:

- Bliskość klientów
- Klimat dla biznesu
- Koszty (nakłady) całkowite
- Infrastruktura
- Jakość siły roboczej
- Dostawcy
- Strefy wolnego handlu
- Ryzyko polityczne
- Bariery prawne
- Porozumienia handlowe
- Regulacje ochrony środowiska
- Zaufanie społeczne

Decyzje lokalizacyjne – metoda punktowa

Dwóm potencjalnym lokalizacjom (A i B) odlewni przypisano następujące punkty z przyjętych zakresów (im więcej punktów, tym lepiej).

Główne czynniki lokalizacyjne	Zakres	A	B
Dostępność i niezawodność zasilania	0 to 200	120	150
Klimat zatrudnienia	0 to 100	55	65
Polityka podatkowa i prawna	0 to 20	15	5
Warunki życia	0 to 50	40	15
Transport	0 to 50	35	50
Zaopatrzenie w surowce	0 to 100	40	50
Dostawcy	0 to 70	15	50
Bliskość klientów	0 to 40	40	10
	Razem	**360**	**395**

Decyzje lokalizacyjne – metoda środka ciężkości

- Metoda ciężkości jest używana do lokalizacji pojedynczych obiektów, jeśli znane są odległości między obiektami oraz ilości towarów, które mają być dostarczane między nimi. Metoda ta polega na wyliczeniu współrzędnych punktu na dwuwymiarowej siatce, który spełnia kryteria odległości i ilości.

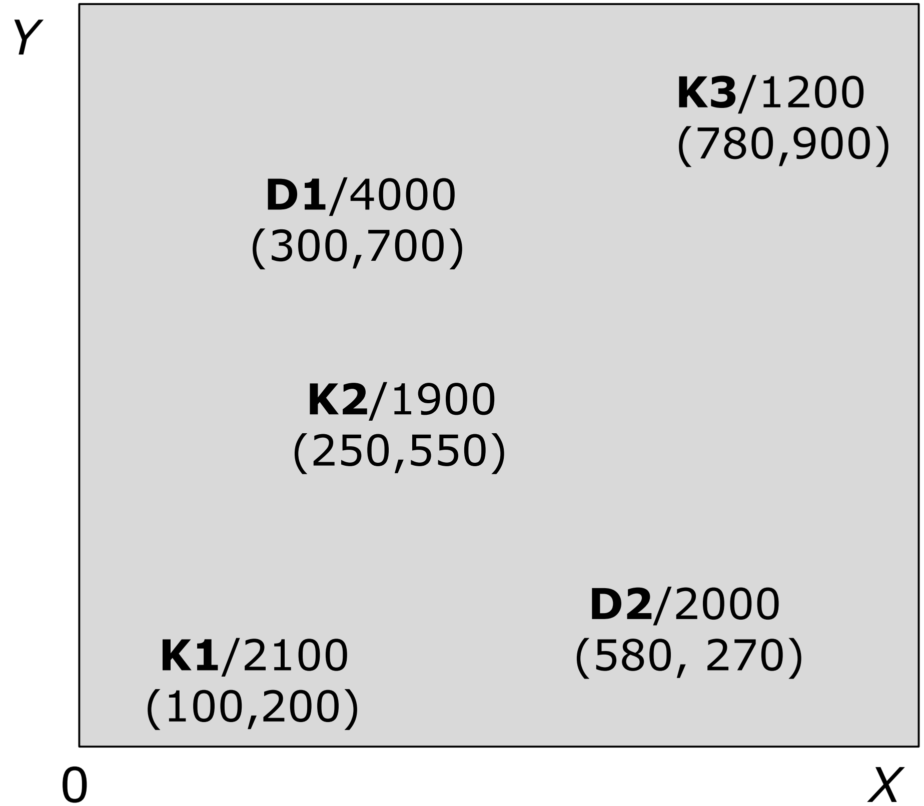
$$C_x = \frac{\sum d_{ix} V_i}{\sum V_i} \qquad C_y = \frac{\sum d_{iy} V_i}{\sum V_i}$$

Gdzie:
C_x = X współrzędna środka ciężkości
C_y = Y współrzędna środka ciężkości
d_{ix} = X współrzędna i–tej lokalizacji
d_{iy} = Y współrzędna i–tej lokalizacji
V_i = ilość towarów dostarczanych lub odbieranych z i–tej lokalizacji

Decyzje lokalizacyjne – metoda środka ciężkości

Jakie jest najlepsze miejsce dla nowego zakładu odlewniczego mając na uwadze jedynie odległości między obiektami i miesięczne ilości sprzedawanych/dostarczanych produktów?

Główni klienci i dostawcy są umieszczeni na płaszczyźnie dwuwymiarowej siatki; rysunek pokazuje również ilościowe informacje o biznesowej działalności w istniejących obiektach.



Decyzje lokalizacyjne – metoda środka ciężkości

Jakie jest najlepsze miejsce dla nowego zakładu odlewniczego mając na uwadze jedynie odległości między obiektami i miesięczne ilości sprzedawanych/dostarczanych produktów?

	A	B	C	D	E
1		**Obiekt**	**Ilość**	**Wsp. X**	**Wsp. Y**
2		Klient/odbiorca K1	2100	100	200
3		Klient/odbiorca K2	1900	250	550
4		Klient/odbiorca K3	1200	780	900
5		Dostawca D1	4000	300	700
6		Dostawca D2	2000	580	270
7		**Nowa lokalizacja**		**355**	**525**

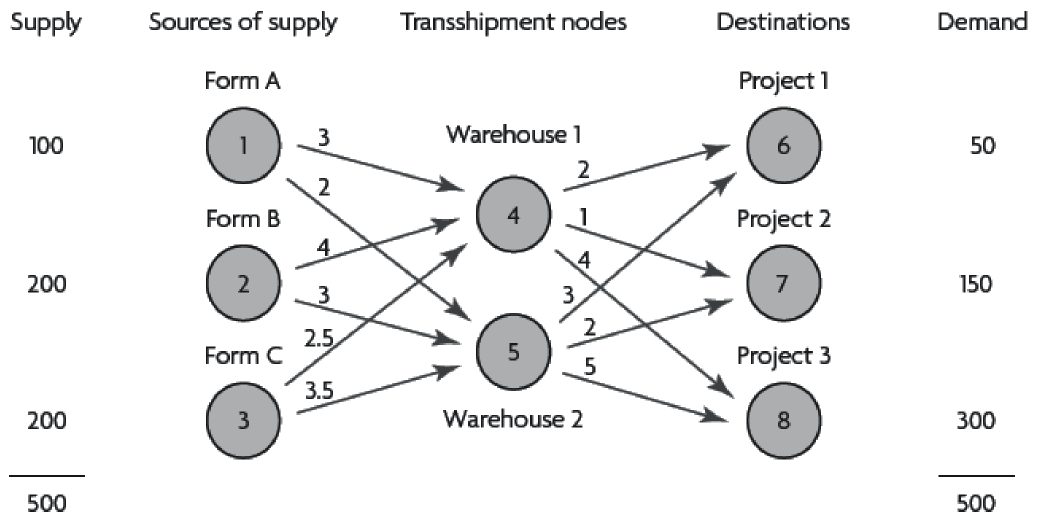
=SUMA.ILOCZYNÓW($C$2:$C$6; D2:D6)/SUMA($C$2:$C$6)

= SUMA.ILOCZYNÓW($C$2:$C$6; E2:E6)/SUMA($C$2:$C$6)

Decyzje lokalizacyjne – problem transportowy

Problem przeładunkowy

- Problem transportowy, w którym niektóre lokalizacje są wykorzystywane jako punkty pośrednie, a tym samym służą zarówno jako odbiorca i dostawca towarów.
- Obejmuje transport towarów z wielu źródeł do węzłów pośrednich, a z nich - do wielu odbiorców.



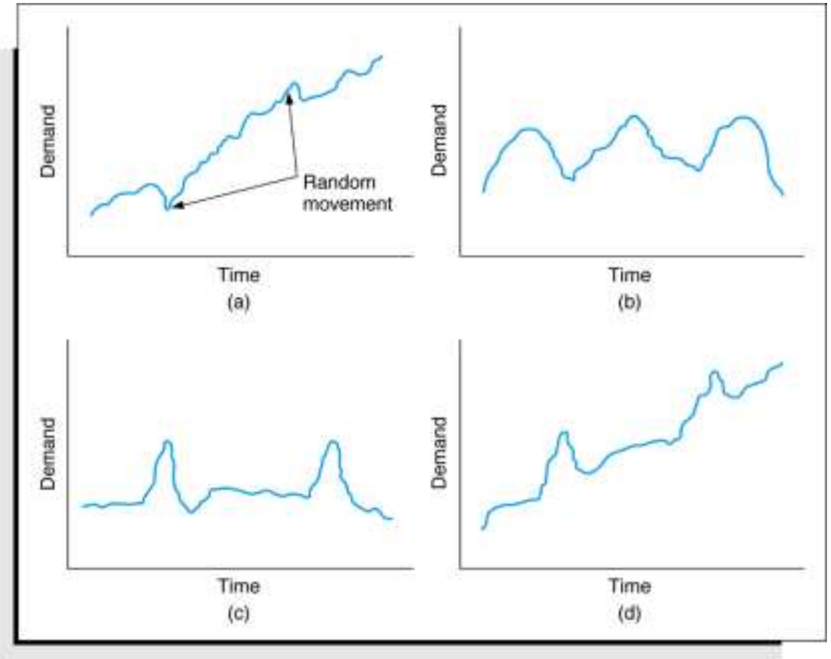
Decyzje lokalizacyjne – problem transportowy

Jakie jest najlepsze miejsce (spośród dwóch) dla nowego zakładu odlewniczego, biorąc pod uwagę koszty transportu i miesięczne ilości sprzedawanych/dostarczanych towarów?

Obiekt	Ilość	Lok. L1	Lok. L2
		Koszt jedn.	Koszt jedn.
Klient/odbiorca K1	2100	3,0	2,0
Klient/odbiorca K2	1900	2,0	1,0
Klient/odbiorca K3	1200	4,0	4,0
Dostawca D1	4000	3,0	3,5
Dostawca D2	2000	2,5	2,0
	Razem	31 900,0	28 900,0

Prognozowanie popytu

- Prognoza: zdanie o przyszłej wartości zmiennej, takiej jak zapotrzebowanie na zasoby, zdolności produkcyjne, czy popyt na produkty lub usługi.
- Prognozowanie w biznesie stanowi podstawę budżetowania i planowania zdolności produkcyjnych, sprzedaży, produkcji, zapasów, siły roboczej i zakupów.
- **Niezależny i zależny popyt.**
- Elementy popytu:
  a) Trend.
  b) Cykliczność.
  c) Wahania sezonowe.
  d) Wahania losowe.



Źródło: B. W. Taylor III, Introduction to Management Science 9/e. Pearson Prentice Hall 2007.

Prognozowanie popytu - metody

- Szeregi czasowe (time series, TS) - techniki statystyczne, które korzystają z danych historycznych do przewidywania przyszłych zachowań; prognozy oparte na czasie jako jedynym czynniku.
- Metody regresji – metody przyczynowe, które próbują określić matematyczną zależność jednej zmiennej od pojedynczej lub większej liczby innych zmiennych.
- Metody jakościowe - metody wykorzystujące rozsądek, wiedzę i doświadczenie do wykonywania prognoz; najczęściej stosowane w przypadku długoterminowego planowania strategicznego.

Prognozowanie popytu – metody TS

Średnia ruchoma - Moving Average (MA)

$$MA_{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$$

gdzie:

n – liczba okresów w MA

D_i – dane z okresu *i*

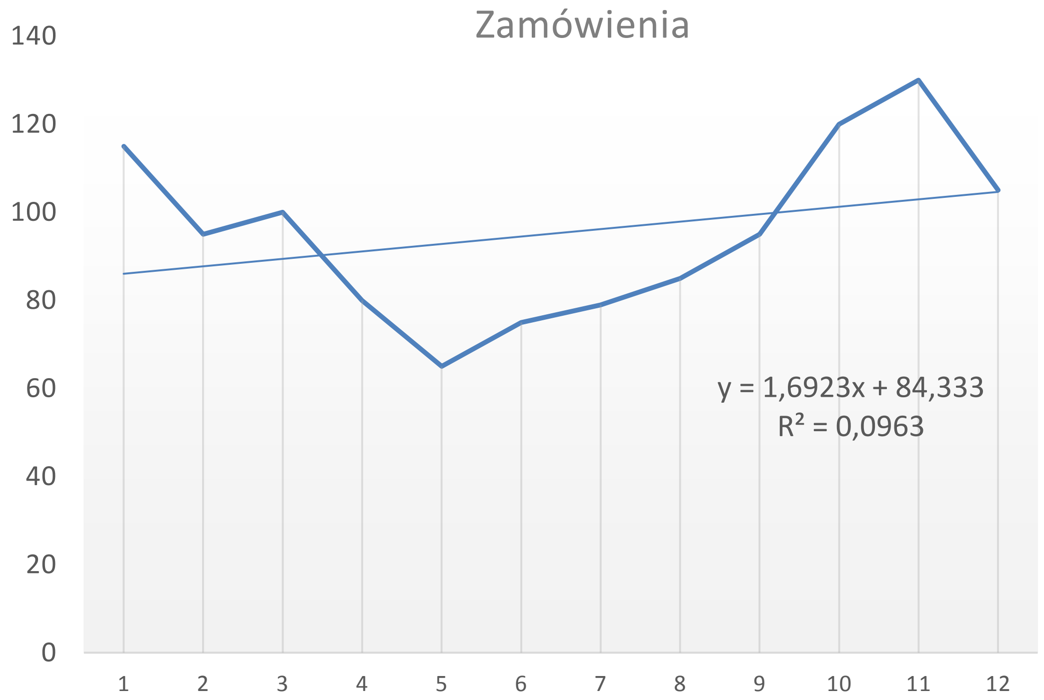
MA jest dobra dla krótkoterminowego prognozowania; dobór odpowiedniej liczby wykorzystanych okresów wymaga eksperymentów na zasadzie prób i błędów.

Miesiąc	Zamówienia	MA_3	MA_5
Styczeń	115		
Luty	95		
Marzec	100		
Kwiecień	80	103,3	
Maj	65	91,7	
Czerwiec	75	81,7	91,0
Lipiec	79	73,3	83,0
Sierpień	85	73,0	79,8
Wrzesień	95	79,7	76,8
Październik	120	86,3	79,8
Listopad	130	100,0	90,8
Grudzień	105	115,0	101,8
Styczeń		118,3	107,0

Prognozowanie popytu – metody TS

Trend liniowy (TL)

$$F = a + bt$$



gdzie:

F – prognoza dla okresu *t*

a – wyraz wolny

b – nachylenie

TL jest dobre dla średnio-okresowego prognozowania, kiedy popyt wykazuje oczywistą tendencję w czasie.

Popyt w styczniu (t=13) F=1,6923*13+84,333=106,3

Prognozowanie popytu – metody TS

Trend wielomianowy (TW)

$$F = a + \sum_{i=1}^{n} b_i * t^i$$

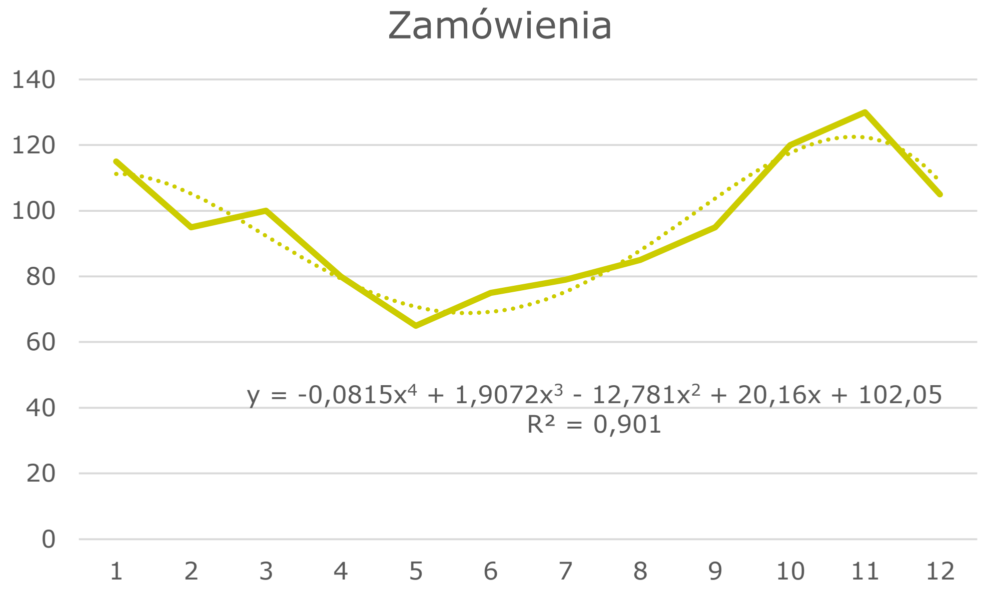
gdzie:

F – prognoza dla okresu *t*

a – wyraz wolny

b_i – wsp. przy *i*-tej potędze *t*

TW jest dobre dla średnio-okresowego prognozowania; może częściowo modelować wahania sezonowe i cykle.



Popyt w styczniu (*t*=13, *n*=4) *F*=66,5

Prognozowanie popytu – regresja

Regresja liniowa - Multiple Linear Regression (MLR)

Technika statystyczna wykorzystująca metodę najmniejszych kwadratów do stworzenia modelu, który daje najlepszą ważoną kombinację zmiennych niezależnych w celu określenia zmiennej zależnej.

$$Ypred = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \ldots + b_nX_n$$

gdzie:

Ypred = zmienna objaśniana (zależna).

X_i = *i*-ta zmienna objaśniająca (niezależna).

a = wyraz wolny, stała-przecięcie osi *Y*,
reprezentująca wartość *Y* gdy wszystkie $X_i = 0$.

b_i = wagi (współczynniki częściowej regresji).

b_i pokazuje względny wpływ *i*-tej zmiennej niezależnej na zmienną zależną, gdy wartości innych czynników predykcyjnych są stałe.

Prognozowanie popytu – regresja

Regresja liniowa - Multiple Linear Regression (MLR)

Miesiąc	Zamówienia	Cena jedn. [zł/kg]	Wydatki marketingowe [tys. zł]
Styczeń	115	10,0	6,8
Luty	95	10,4	6,7
Marzec	100	9,0	7,7
Kwiecień	80	11,4	6,5
Maj	65	13,9	5,9
Czerwiec	75	11,7	5,0
Lipiec	79	10,7	4,4
Sierpień	85	13,6	4,9
Wrzesień	95	12,1	6,4
Październik	120	9,6	6,3
Listopad	130	9,7	9,7
Grudzień	105	9,1	7,3
StyczeńProgn	115,3	8,5	7,5

Statystyki regresji	
Wielokrotność R	0,823840623
R kwadrat	0,678713371
Dopasowany R kwadrat	0,607316343
Błąd standardowy	12,32417457
Obserwacje	12

	Współczynniki	*Błąd standardowy*	*t Stat*	*Wartość-p*
Przecięcie	110,7041228	46,0887	2,40198	0,039769
Cena jedn. [zł/kg]	-5,363111958	2,78646	-1,92471	0,086403
Wydatki marketingowe [tys. zł]	6,686255901	3,24521	2,060347	0,069441

Popyt w styczniu *F*=110,7-5,36*8,5+6,69*7,5=115,3

Prognozowanie popytu – dokładność prognoz

- Prognozy zawsze różnią się od rzeczywistych wartości, różnica (błąd prognozy) powinna być tak mała, jak to możliwe.
- Jeśli błąd jest duży, to albo użyto nieodpowiedniej techniki, albo parametry wymagają dostrojenia.
- Powszechnie stosowanym miernikiem błędu prognozy jest średnie bezwzględne odchylenie procentowe (mean absolute percentage deviation, MAPD). MAPD mierzy odchylenie w procentach:

$$MAPD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |F_i - D_i|}{\sum_{i=1}^{n} D_i}$$

Prognoza (czerwiec – grudzień)	MAPD
Średnia ruchoma MA_3	13,3%
Średnia ruchoma MA_5	11,3%
Trend liniowy	14,6%
Regresja liniowa	9,0%

Logistyka i zarządzanie produkcją

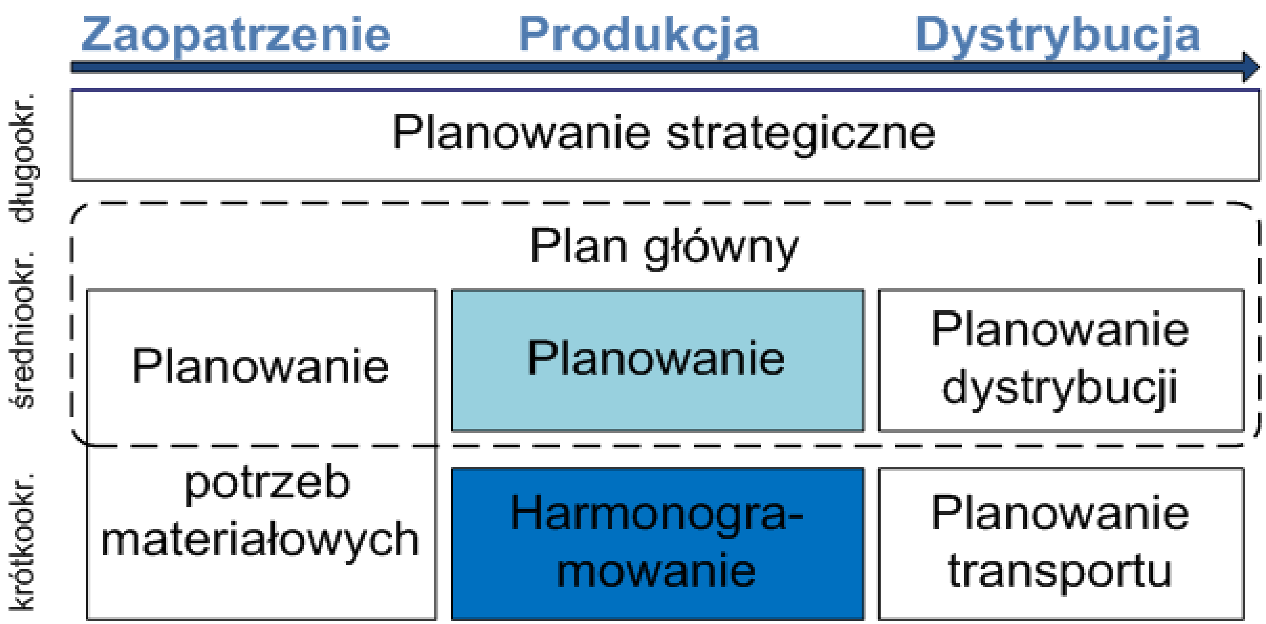
- Ogólnym celem logistyki i zarządzania produkcją w przedsię-biorstwie jest dostarczanie klientom produktów o wartości wyższej niż koszty ich wytworzenia. Procesy logistyczne i zarządzania produkcją są ze sobą ściśle powiązane, przy czym logistyka dotyczy przepływu surowców, materiałów, wyrobów gotowych oraz odpowiedniej informacji, a zarządzanie produkcją – planowania, organizowania i kontrolowania zasobów fizycznych, ludzkich i finansowych w procesie wytwarzania produktów.
- Funkcja planowania polega na planowaniu produkcji w przedsię-biorstwie, zanim rozpoczną się procesy wytwórcze. Funkcja sterowania zapewnia, że produkcja realizowana jest zgodnie z planowaną ilością, jakością, harmonogramem dostaw i kosztami produkcji.

Planowanie i sterowanie produkcją

- Cele planowania i sterowania produkcją:
  - Maksymalne zadowolenie klientów przy odpowiednio niskich kosztach.
  - Maksymalne wykorzystanie wszystkich zasobów.
  - Produkcja wysokiej jakości wyrobów.
  - Minimalizacja cyklu produkcyjnego.
  - Utrzymanie optymalnego poziomu zapasów.
  - Zachowanie elastyczności operacji produkcyjnych.
  - Koordynacja pracy wydziałów podstawowych i pomocniczych.
  - Dotrzymanie umówionych terminów dostaw.
  - Tworzenie wartości dodanej w działalności przedsiębiorstwa.

Planowanie i harmonogramowanie produkcji
Production Planning and Scheduling - PPS

Planowanie – określenie co, ile i kiedy przedsiębiorstwo zamierza wyprodukować w ciągu 3-6 miesięcy, by pokryć zamówienia klientów, ponosząc przy tym minimalne koszty



Harmonogramowanie – określenie co, ile , jak, gdzie i kiedy przedsiębiorstwo zamierza wyprodukować w ciągu dnia-tygodnia

Planowanie i harmonogramowanie produkcji

- Wiele problemów:
  - Planowanie wielookresowe - Multiperiod production planning.
  - Wytwórz lub kup - Make-or-Buy.
  - Ustalanie partii produkcyjnych - Lot-sizing and scheduling.
  - Harmonogramowanie zatrudnienia - Workforce scheduling.
- Wiele modeli i metod:
  - Badania operacyjne - Operations Research (OR).
  - Inteligencja obliczeniowa - Computational Intelligence (CI).

PPS – planowanie wielookresowe

Foundry Works Ltd. jest małą odlewnią. Zdolności produkcyjne (w tonach) w kolejnych miesiącach są następujące:

M-c	**Regularna produkcja**	**W nadgodzinach**
Styczeń	300	50
Luty	250	40
Marzec	300	60
Kwiecień	320	70
Maj	350	60
Czerwiec	330	40

Koszt regularnej produkcji wynosi 3 zł za kg, a dodatkowy koszt w nad-godzinach – 1,2 zł za kg. Firma może korzystać z zapasów w celu zmniejszenia wahań produkcji; magazynowanie 1 kg wyrobu kosztuje firmę 0,03 zł miesięcznie. Pojemność magazynu wynosi 100 ton, obecnie znajduje się w nim 20 ton odlewów. Firma chce utrzymać od marca do maja minimalny zapas bezpieczny w ilości 30 ton. Szacowane zapotrzebowanie na najbliższe sześć miesięcy jest następujące:

M-c	**Styczeń**	**Luty**	**Marzec**	**Kwiecień**	**Maj**	**Czerwiec**
Popyt	280	300	350	300	380	390

PPS – planowanie wielookresowe

Jaki jest plan produkcji na najbliższe miesiące minimalizujący koszty (produkcji i zapasów)?

Zdefiniujmy zmienne decyzyjne:

i = 1, 2, 3 , 4, 5 , 6 (1 – styczeń, 2 – luty, …, 6 – czerwiec)

x_i – ilość wyprodukowana w miesiącu i w regularnym czasie
y_i – ilość wyprodukowana w miesiącu i w nadgodzinach
z_i – ilość wyrobów w magazynie na koniec miesiąca i

Funkcja celu:

Min $TC=3000(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6)+4200(y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6)+$
$+30(z_1+z_2+z_3+z_4+z_5+z_6)$

dla

$x_1 <= 300$ nie można przekroczyć zdolności produkcyjnych
$x_2 <= 250$
$x_3 <= 300$
$x_4 <= 320$
$x_5 <= 350$
$x_6 <= 330$

PPS – planowanie wielookresowe

y_1 <= 50
y_2 <= 40
y_3 <= 60
y_4 <= 70
y_5 <= 60
y_6 <= 40

nie można przekroczyć zdolności produkcyjnych w nadgodzinach

Całkowita produkcja minus magazyn powinna być równa zapotrzebowaniu w poszczególnych miesiącach:

$20+x_1+y_1-z_1 = 280$
$x_2+y_2-z_2 = 300$
$x_3+y_3-z_3 = 350$
$x_4+y_4-z_4 = 300$
$x_5+y_5-z_5 = 380$
$x_6+y_6-z_6 = 390$

PPS – planowanie wielookresowe

Ograniczenia magazynowe formułujemy następująco:

z_1 <= 100
z_2 <= 100
z_3 <= 100
z_4 <= 100
z_5 <= 100
z_6 <= 100
z_3 >= 30
z_4 >= 30
z_5 >= 30

Pozostałe ograniczenia:

x_i , y_i , z_i >=0; i=1,…,6

Mamy tu model programowania liniowego (Linear Programming, LP), który rozwiązujemy znanymi metodami.

PPS – Make-or-buy

Foundry Works Ltd. wytwarza odlewy C1, C2 i C3. Zapotrzebowanie w następnym miesiącu na C1, C2 i C3 wynosi 3000, 5000 i 4000 sztuk. Zdolności produkcyjne są niewystarczające, by pokryć powyższy popyt, więc firma rozważa wynajęcie lokalnego dostawcy. Koszty produkcji i zakupu odlewów są następujące:

Produkt	Koszt jedn. produkcji	Koszt jedn. zakupu
C1	2,2	2,9
C2	1,6	2,8
C3	1,8	2,3

Wszystkie odlewy podlegają w FWL obróbce powierzchniowej i cieplnej; ich jednostkowe czasy [h/szt.] i zdolności produkcyjne wynoszą:

Operacja	C1	C2	C3	Dostępny czas [h]
Obróbka powierzchni	0,2	0,2	0,1	2500
Obróbka cieplna	0,1	0,3	0,1	2000

Ile (jeśli w ogóle) i które odlewy powinien FWL kupić od lokalnego dostawcy, by pokryć zapotrzebowanie przy minimalnych kosztach?

PPS - Lot-sizing and scheduling

- Rozważamy problem planowania produkcji w odlewni średniej wielkości, która dostarcza odlewy z wielu gatunków żeliwa, w małych partiach, na zamówienie dużej liczby klientów. W takim problemie planowania produkcji konieczne jest określenie wielkości partii produkcyjnych i gatunków żeliwa wytwarzanych w każdym okresie skończonego horyzontu planowania, który jest podzielony na mniejsze okresy pracy (np. zmiany).
- Problem obejmuje dwie decyzje dla każdego okresu:

  (1) jaki metal powinien być przygotowywany w piecu(ach) w kolejnych okresach oraz
  (2) jakie wyroby i ile ma być wytwarzanych na każdej formierce,
  przy kryterium minimalizacji kosztów magazynowania, produkcji w toku lub zbilansowaniu obciążenia maszyn.

PPS - Lot-sizing and scheduling

Zminimalizować

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T}(h_{it}^{-}I_{it}^{-}+h_{it}^{+}I_{it}^{+})+\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N}(s_k z_n^k) \qquad (1)$$

przy:

$$I_{i,t-1}^{+}-I_{i,t-1}^{-}+\sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}x_{in}a_i^k-I_{it}^{+}+I_{it}^{-}\geq d_{it},\quad i=1,\ldots,I,t=1,\ldots,T \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{I}w_i x_{in}a_i^k+st_k z_n^k\leq C y_n^k,\quad k=1,\ldots,K,\ n=1,\ldots,N \qquad (3)$$

$$z_n^k\geq y_n^k-y_{n-1}^k,\quad k=1,\ldots,K,\ n=1,\ldots,N \qquad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{K}y_n^k=1,\quad n=1,\ldots,N \qquad (5)$$

$$I_{it}^{-},I_{it}^{+},x_{it}\geq 0,\quad I_{it}^{-},I_{it}^{+},x_{it}\in\Im,\quad I_{i0}^{-},I_{i0}^{+}=0,\ i=1,\ldots,I \qquad (6)$$

Celem (1) jest znalezienie planu, który minimalizuje sumę kosztów produkcji opóźnionej, kosztów magazynowania wyrobów gotowych i kosztów przygotowawczych (jeśli gatunek żeliwa jest zmieniany podczas kolejnego załadunku pieca).
Równanie (2) to bilans zapasów i produkcji każdego odlewu w kolejnych okresach. Ograniczenie (3) gwarantuje, że pojemność pieca nie jest przekroczona w pojedynczym załadunku. Ograniczenie (4) ustawia zmienną z^k na 1, gdy zachodzi zmiana gatunku w kolejnych okresach, a ograniczenie (5) zapewnia, że tylko jeden gatunek żeliwa jest wytwarzany w każdym z sub-okresów.