

## Uwagi do wykładu z symulacji

1. Ogólne informacje o symulacji zawarte na slajdach 1-30 są jasne i jednoznaczne. Krótkiego komentarza wymaga (może) slajd nr 29. Rozpatrzmy symulację kolejki (model ten pokazany jest na slajdach 40-41). Z symulacją deterministyczną mielibyśmy do czynienia, gdyby czasy między kolejnymi przybyciami klientów i czasy ich obsługi były stałe i znane z góry (np. 1 min i 1,5 min). Oczywiście jest, że powtarzając obliczenia dla np. 50 klientów otrzymamy wciąż taką samą długość kolejki (czas oczekiwania klientów). Inaczej jest jednak, jeśli te czasy nie są stałe, lecz są zmiennymi losowymi o znanym rozkładzie. Wtedy – powtarzając obliczenia dla 50 klientów – otrzymamy za każdym razem inne wyniki długości kolejki, bo czasy będą losowane z rozkładów (a od nich ów czas oczekiwania klientów zależy). Stąd musimy wykonać kilkanaście-kilkadziesiąt przebiegów i policzyć statystyki (wartość średnia, odchylenie), by mieć wiarygodne wyniki.
2. Slajdy 34-35 przedstawiają technikę odwracania dystrybuanty, czyli losowanie wartości zmiennej z rozkładu empirycznego. Tu zmienną jest *Cena*, która może przyjmować pięć wartości z określonym prawdopodobieństwem (pierwsza tabela). 4797 to średnia ważona cena (wagą są prawdopodobieństwa). By wylosować ciąg wartości zmiennej (ceny) potrzebny do symulacji, wielokrotnie losujemy liczbę losową z rozkładu  $<0, 1)$  i sprawdzamy, w którym przedziale dystrybuanty się ona mieści. Zauważmy, że dystrybuanta też zawiera się w przedziale  $<0, 1>$ , więc np. losując 100 razy liczbę z zakresu  $<0,1)$  otrzymamy mniej więcej 15 wartości mniejszych od 0,15; 19 wartości między 0,15 a 0,34 itd. A to odpowiada prawdopodobieństwu, że *Cena* osiągnie wartość 4600; 4700, itd. Czyli naśladujemy (symulujemy) zachowanie się zmiennej *Cena*. Widać to w następnych tabelach: wylosowaliśmy (L.losowa) 0,14 i  $0,0 \leq 0,14 < 0,15$ , więc odpowiada to *Cenie*=4600 (Cena wyl.); wylosowaliśmy 0,67 i  $0,64 \leq 0,67 < 0,9$ , więc mamy *Cenę*=4900, itd.
3. Model kolejki (slajdy 39-40) jest prosty, bo tylko jednostanowiskowy. Wyjaśnienia wymaga jedynie *Czas przybycia klienta*. Nie jest to bezwzględny moment pojawienia się klienta, lecz czas pomiędzy kolejnymi przybyciami klientów. Czyli prawdopodobieństwo zdarzenia, że kolejny klient pojawi się po 1 minucie od przybycia poprzedniego klienta wynosi 0,10, po 2 minutach – 0,20, itd. Sumując wylosowane czasy przybycia (tabela druga, kolumna trzecia) otrzymamy moment pojawienia się klienta w systemie (CLOCK1, kolumna czwarta). Proszę przeanalizować tabelę – zależności są tu dość proste (oczywiście, są tu operacje logiczne); będą Państwo robić ten model na zajęciach praktycznych. Ciekawym zagadnieniem są modele innych kolejek, np. co jest lepsze: jedna kolejka do dwóch kas, czy dwie odrębne kolejki do dwóch kas?
4. Ostatni przykład (slajdy 43-45) to symulacja finansowa. Z reguły robi się obliczenia w trzech scenariuszach (a - optymistyczny, b - najbardziej prawdopodobny, c - pesymistyczny) lub tylko dla wartości oczekiwanych ( $Oczekiwane = (a+b+c)/3$ ). Tymczasem jest to podejście mylące, bo nie uwzględnia rozkładów. Oczekiwanie, że nakłady będą równe jakiejś pojedynczej wartości (tu np. 9100 tys. zł) jest co najmniej naiwne (nazywamy to absurdalną dokładnością). Poszczególne pozycje należy losować z rozkładów (tu stosujemy rozkład trójkątny) robiąc klasyczną symulację Monte Carlo (nawet kilka tysięcy przebiegów). I wtedy się okaże, że prawdopodobieństwo, iż *Nakłady* wyniosą dokładnie 9100 tys. zł wynosi 0,0. Natomiast z dystrybuanty możemy odczytać prawdopodobieństwo tego, że *Nakłady* będą w jakimś przedziale, czy też, że będą większe, czy mniejsze od jakiegoś progu. Np. z wykresu (trochę niedokładny on jest) ze slajdu 45 odczytamy, że jest około 20% prawdopodobieństwo tego, że *Nakłady* nie przekroczą ok. 8500 tys. zł.

### W domu:

1. Jak wylosować wartości zmiennej losowej z rozkładu trójkątnego? Wyznaczyć wzory dla znanych *a*, *b*, *c*. Oczywiście wiemy, że pole pod krzywą wynosi 1.
2. Zastanowić się nad możliwościami zastosowania symulacji w zarządzaniu zakładem odlewniczym (w szczególności w zarządzaniu produkcją i technologią).