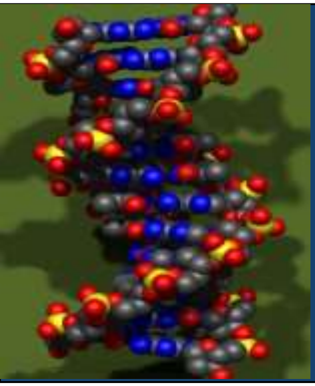
Wydział Zarządzania AGH
Katedra Informatyki Stosowanej

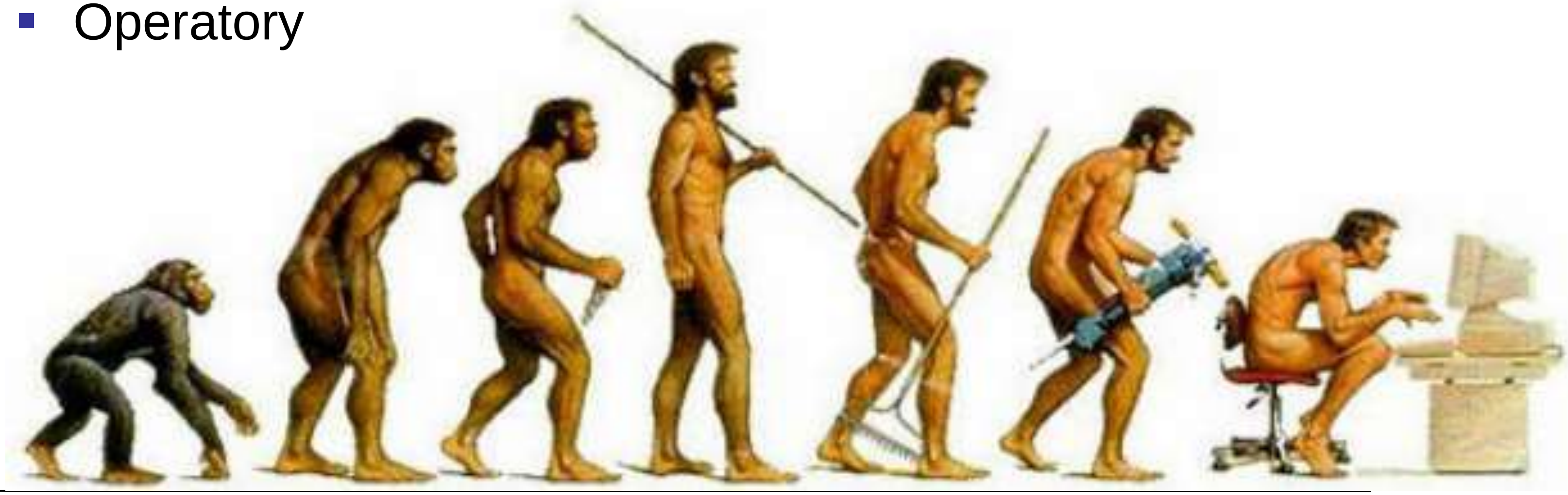


Algorytmy ewolucyjne
Część II

Metaheurystyki

Treść wykładu

- Zastosowania
- Praktyczne aspekty GA
  - Reprezentacja
  - Funkcja dopasowania
  - Zróżnicowanie dopasowania
  - Selekcja
  - Operatory



EA - zastosowania

- Ekstrema funkcji numerycznych

  Tradycyjne zastosowanie GA, szczególnie dla trudnych, nieciągłych funkcji, o wielu ekstremach.

- Rozpoznawanie obrazów

  W kryminalistyce - do rozpoznawania twarzy przestępców. GA losowo generuje serię twarzy, spośród których świadek wybiera najbardziej podobne do podejrzanych. Poprzez krzyżówki i mutacje otrzymujemy pokolenia twarzy coraz bardziej zbliżone do poszukiwanej. Tutaj rolę funkcji dopasowania spełnia świadek.

EA - zastosowania

- Optymalizacja kombinatoryczna

  Zagadnienia te obejmują problemy rozmieszczenia dyskretnych obiektów w czasie i/lub przestrzeni.

  Najszerzej znanym jest problem komiwojażera (TSP).

  Problem załadunku (BBP) ma duże znaczenie praktyczne.

  Szeregowanie zadań produkcyjnych.

  Problem transportowy.

  Kontrola lotów.

  Planowanie ruchu pacjentów w szpitalu.

  Sterowanie pracą centrali telefonicznej.

  Podział godzin w szkole.

  Zagadnienia te wymagają stosowania niestandardowych reprezentacji i operatorów.

EA - zastosowania

- Projektowanie

  Zagadnienia te można traktować jako połączenie optymalizacji kombinatorycznej i funkcyjnej. Znane zastosowania dotyczą:

  - projektowanie mostów,
  - optymalizacja dyszy węża ppoż.,
  - projektowanie struktury sieci neuronowej,
  - projektowanie sieci elektrycznej,
  - projektowanie sieci zaopatrzenia w wodę.

Praktyczne aspekty EA

- Projektując zastosowanie GA nie wystarczy posłużyć się standardowym schematem. Badania empiryczne dowiodły, że krytyczne są następujące elementy:
  - reprezentacja,
  - postać funkcji dopasowania,
  - zróżnicowanie dopasowania,
  - technika wyboru rodziców,
  - technika wyboru pokolenia potomków.

Reprezentacja

Inne reprezentacje

- Dla prostych problemów kolejnościowych naturalną reprezentacją jest lista uporządkowana:
  1 3 2 4 7 5 6 8
- Podstawowy problem - nie działają klasyczne operatory.
- Czy ciąg liczb rzeczywistych może być reprezentacją dla takich problemów?

Sekwencja wejściowa

1	2	3	4	5	6	7	8
0,485223	0,681597	0,489335	0,17524	0,441197	0,699367	0,114374	0,370359

Sekwencja po sortowaniu

7	4	8	5	1	3	2	6
0,114374	0,17524	0,370359	0,441197	0,485223	0,489335	0,681597	0,699367

Reprezentacja

Inne reprezentacje

Prosta krzyżówka
Rodzice

7	4	8	5	1	3	2	6
6	2	3	4	8	7	1	5

Dzieci

7	4	8	5	8	7	1	5
6	2	3	4	1	3	2	6

Prosta krzyżówka
Rodzice

0,485223	0,681597	0,489335	0,17524	0,441197	0,699367	0,114374	0,370359
0,754165	0,176504	0,329154	0,329504	0,762581	0,006147	0,611928	0,402365

Dzieci

0,485223	0,681597	0,489335	0,17524	0,762581	0,006147	0,611928	0,402365
0,754165	0,176504	0,329154	0,329504	0,441197	0,699367	0,114374	0,370359

6	4	8	1	3	7	2	5
0,006147	0,17524	0,402365	0,485223	0,489335	0,611928	0,681597	0,762581

7	2	3	4	8	5	6	1
0,114374	0,176504	0,329154	0,329504	0,370359	0,441197	0,699367	0,754165

Reprezentacja

Inne reprezentacje

- Dla innych problemów szeregowania - ciąg genów:
  1 1 2 3 4 5 : 3 2 1 4 3 : 2 4 2 1 3
- Dla problemów grupowania chromosom może składać się z części obiektowej i grupowej:
  1 2 1 3 3 3 1 1 2 : 1 2 3
  cześć grupowa ma zmienną długość.

Reprezentacja

Inne reprezentacje

- Reprezentacja macierzowa:

np. dla problemu komiwojażera:

0	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	0	0	1	1
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0

koduje trasę 2 3 5 1 4

  - jest w niej dokładnie $n(n-1)/2$ jedynek,
  - na przekątnej są zera,
  - jeśli $m_{ij}=1$ i $m_{jk}=1$, to $m_{ik}=1$.
- Podobna reprezentacja - dla układania podziału godzin.

Funkcja dopasowania (FF – Fitness Function)

- Idealna sytuacja to taka, gdy funkcja dopasowania jest gładka i regularna tj. rozwiązania o podobnym dopasowaniu są położone blisko siebie. Najlepiej, gdy funkcja dopasowania odzwierciedla rzeczywistą wartość chromosomu (punktu w przestrzeni przeszukiwań). Nawet jeśli jej obliczenie nie jest zadaniem trywialnym, wiadomo co obliczać. Jednak w wielu przypadkach, szczególnie optymalizacji kombinatorycznej, gdzie jest wiele nierówności, wiele chromosomów reprezentuje rozwiązania niedozwolone, które nie mają praktycznej wartości. Przykład: plan lekcji.

Funkcja dopasowania

- By EA był efektywny w takich przypadkach, należy w funkcji dopasowania uwzględnić wskazanie, w jakim stopniu błędny chromosom prowadzi nas w kierunku poprawnych rozwiązań. Dobrym sposobem jest użycie funkcji kary, która mówi, jak zły jest chromosom i określenie dopasowania jako (stała-kara). Dobra funkcja kary powinna mówić, jaki jest koszt przekształcenia złego chromosomu w prawidłowy.
- Jeśli funkcja dopasowania jest trudna do obliczenia można stosować przybliżone oszacowanie wartości funkcji. Takie obliczenie jest znacznie szybsze, co pozwala znacząco zwiększyć przeszukiwaną przestrzeń rozwiązań. Przybliżone oszacowanie 10 punktów przestrzeni jest z reguły lepsze niż dokładne obliczenie jednego.
  EA jest techniką na tyle sprytną, że poradzi sobie z szumem wnoszonym przez oszacowanie.

Zróżnicowanie dopasowania

- Przedwczesna zbieżność

  Dominacja dobrych (ale nie optymalnych) kilku chromosomów powoduje utknięcie w lokalnym ekstremum. Gdyby populacja była nieskończona nie byłoby problemu, w rzeczywistych zastosowaniach należy zmodyfikować sposób wyboru rodziców do reprodukcji. Wyjściem jest kontrola liczby szans na reprodukcję poszczególnych osobników, tak aby była ona ani za duża, ani za mała.

- Powolne finiszowanie

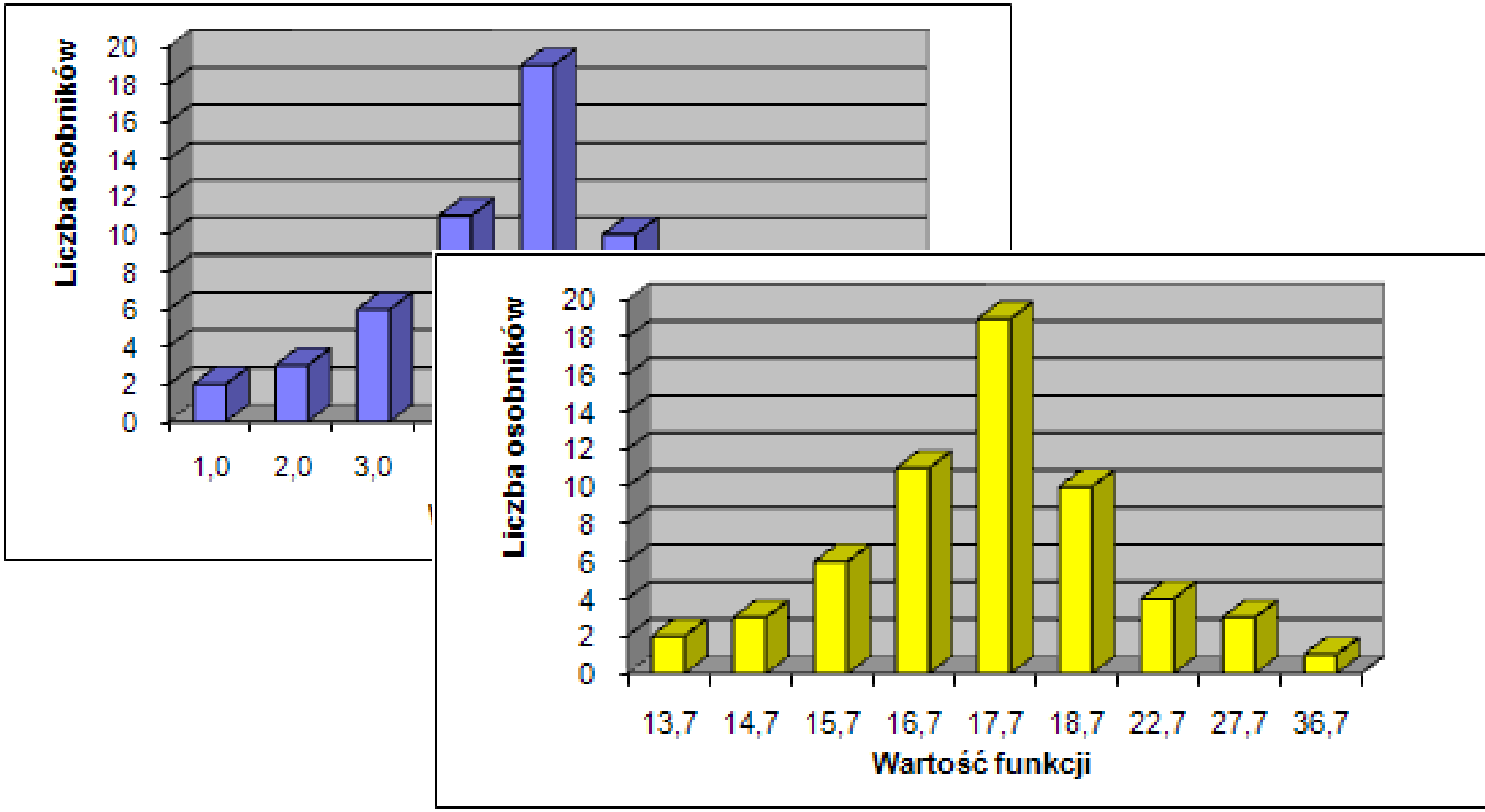
  Odwrotne zagadnienie; po wielu generacjach populacja jest w większości zbieżna, ale globalne maximum nie jest precyzyjnie zlokalizowane. Średnie dopasowanie jest wysokie, a różnica między najlepszym i najgorszym osobnikiem - niewielka. W konsekwencji brak impulsu do skierowania EA ku maksimum. Wyjściem jest rozszerzenie efektywnego zróżnicowania wartości funkcji dopasowania przez jej skalowanie.

Techniki wyboru rodziców

- Standardowo, osobniki są wybierane do krzyżowania w taki sposób, że najlepsze osobniki mają dużą szansę uczestniczyć w nim wielokrotnie, a najgorsze - ani razu. Okazało się, że schemat, w którym wybór jest wprost proporcjonalny do czystej wartości dopasowania, nie zawsze zdaje egzamin.
- Skalowanie dopasowania
  W technice tej przyjmuje się, że stosunek szans na krzyżowanie najlepszego osobnika do średniej w populacji powinien wynosić 2:1. Osiągamy to przez odjęcie liczby=2*średnia-max od wartości funkcji dopasowania wszystkich osobników. Taka kompresja zróżnicowania dopasowania zmniejsza przedwczesną zbieżność, ale w przypadku, gdy mamy do czynienia tylko z jednym wybitnym osobnikiem, skalowanie zbyt spłaszcza zmodyfikowaną funkcję dopasowania, co pogarsza efektywność algorytmu.

Techniki wyboru rodziców

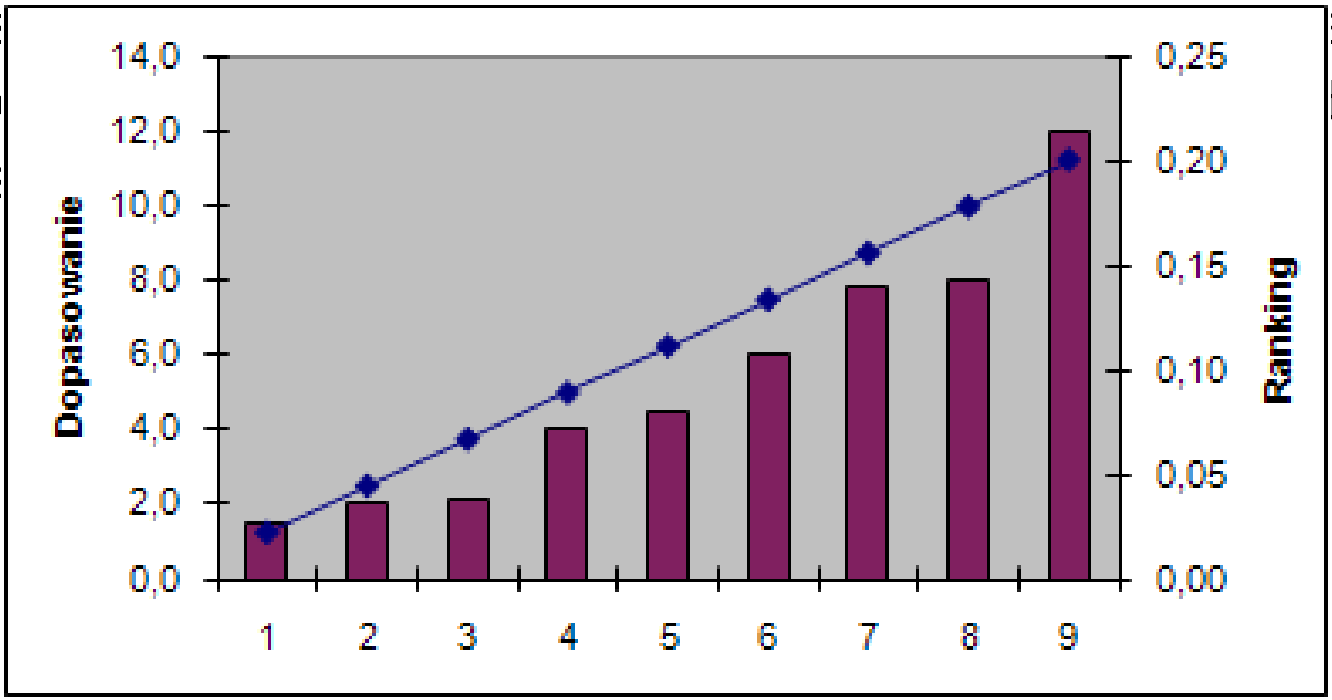
- Skalowanie dopasowania



Techniki wyboru rodziców

- Ranking dopasowania

  Osobniki są sortowane wg czystych wartości funkcji, po czym reprodukcyjne dopasowania są przyporządkowywane zgodnie z tym rankingiem. Można to robić liniowo bądź eks est lep bniki blis



Techniki wyboru rodziców

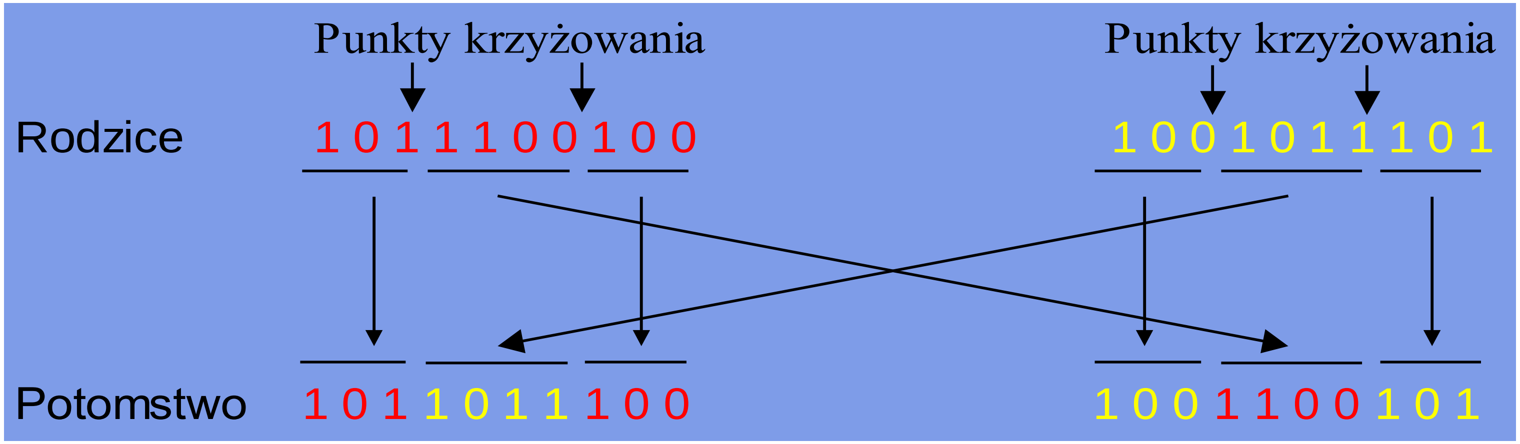
- Selekcja na zasadzie turnieju
  W najprostszej wersji para osobników jest losowana z populacji; osobnik o lepszym dopasowaniu z tej dwójki jest wybierany do krzyżowania. Turniej trwa aż do stworzenia wszystkich par. Możliwa jest również wersja, w której „ściera się” ze sobą n losowo wybranych osobników.
  W turnieju probabilistycznym, z pary (lub n) wylosowanych osobników wygrywa lepszy z prawdopodobieństwem $0,5<p<1,0$. Selekcja jest dużo łagodniejsza.

Technika wyboru potomstwa

- Standardowo, cała populacja rodziców jest wymieniana przez potomstwo. Ostatnie badania wykazują, że lepiej wymieniać tylko część populacji. Ma to uzasadnienie w naturze.
  Technika wyboru osobników, które „mają pecha” i zostaną usunięte z populacji może być różna: najczęściej stosuje się wybór losowy lub deterministyczny najgorszych osobników.

Techniki krzyżowania

- Wielopunktowe krzyżówki służą intensywniejszemu przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań. Szczególnie dobrze działa krzyżówka dwupunktowa.



Techniki krzyżowania

- Krzyżówka ujednolicająca (ang. uniform crossover) tworzy potomków przez skopiowanie odpowiednich genów z jednego lub drugiego rodzica zgodnie z tworzoną losowo dla każdej pary maską.

	Maska krzyżowania 0 0 1 1 0 0 1 1 0 1	
Rodzice	1 0 1 1 1 0 0 1 0 0	1 0 0 1 0 1 1 1 0 1
Potomstwo	1 0 1 1 0 1 0 1 0 0	1 0 0 1 1 0 1 1 0 1

Techniki krzyżowania

- Dla niektórych problemów opisane wyżej krzyżówki nie mogą być stosowane. Należą do nich problemy kolejnościowe, gdzie wartości genów z reguły nie są bitami, a wartość funkcji dopasowania zależy od kolejności, w której występują.

Techniki krzyżowania - OX

- Krzyżówka OX (Order Crossover). Zaproponował ją Davis; buduje potomstwo przez wybór podciągu z uszeregowania i zachowanie względnej kolejności zadań z innego rodzica.
- Np. dwoje rodziców:

  R1 = (1 2 3 | 4 5 6 7 | 8 9)

  R2 = (4 5 2 | 1 8 7 6 | 9 3)

  Na początku segmenty pomiędzy punktami cięcia są kopiowane do potomków:

  P1 = (x x x | 4 5 6 7 | x x)

  P2 = (x x x | 1 8 7 6 | x x)

Techniki krzyżowania - OX

- Następnie poczynając od drugiego punktu cięcia pierwszego rodzica, zadania z drugiego rodzica są kopiowane w tej samej kolejności, pomijając symbole już istniejące. Po osiągnięciu końca ciągu kontynuujemy od pierwszej pozycji ciągu.

  P1 = (2 1 8 | 4 5 6 7 | 9 3)

  P2 = (3 4 5 | 1 8 7 6 | 9 2)

  R1 = (1 2 3 | 4 5 6 7 | 8 9)

  R2 = (4 5 2 | 1 8 7 6 | 9 3)

Inteligencja obliczeniowa

Techniki krzyżowania

- Operator losowy z uzupełnianiem działający w ten sposób, że losowane są pozycje zadań przenoszonych bezpośrednio z rodziców do potomków, a reszta - jest uzupełniana z drugiego rodzica (z pominięciem zadań powtarzających się). Rozważmy np. parę rodziców:

  R1 = (1,2,3,4,5,6,7,8,9) i

  R2 = (2,4,1,7,8,3,9,5,6)

Techniki krzyżowania

- Niech dla pierwszego rodzica wylosowano niezmienione pozycje nr 2,4,5,8, a dla drugiego - 1,2,6,9. Zadania na tych pozycjach są przepisywane do potomków:

  P1 = (x,2,x,4,5,x,x,8,x) i

  P2 = (2,4,x,x,x,3,x,x,6).
- Reszta jest przenoszona z drugiego rodzica dając w rezultacie parę:

  P1 = (1,2,7,4,5,3,9,8,6) i

  P2 = (2,4,1,5,7,3,8,9,6).

Algorytm genetyczny – przykład TSP

- Znaleźć najkrótszą trasę dla n=5 miast; odległości między miastami wynoszą:

	1	2	3	4	5
1		4	2	5	2
2	4		3	7	4
3	2	3		1	8
4	5	7	1		6
5	2	4	8	6	

- Założenia:
  - rozmiar populacji P = 4,
  - krzyżówka losowa z uzupełnianiem,
  - dobór rodziców zgodnie z funkcją dopasowania (ruletka),
  - prawd. zastosowania operatora krzyżowania pc = 0,8,
  - prawd. zastosowania operatora mutacji typu swap pm =0,05,
  - selekcja następnego pokolenia – 50% najlepszych dzieci,
  - warunek zatrzymania.

Algorytm genetyczny – przykład TSP

- Problem komiwojażera dla n=5 miast
- Krok 0 – wylosowanie populacji początkowej.
- Pętla 1 – krok 1: obliczenie funkcji dopasowania osobników.

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	$DT(x_i)$	$FD(x_i)$	Prawd.	Dystr.
1	2	1	3	4	5	17	13	0,282609	0,282609
2	1	2	3	4	5	16	14	0,304348	0,586957
3	3	2	1	5	4	16	14	0,304348	0,891304
4	1	4	2	3	5	25	5	0,108696	1
suma						74	46	1	
średnia						18,5	11,5		

- Pętla 1 – krok 2: wybór rodziców zgodnie z funkcją dopasowania.

$DT(x_i)$	$FD(x_i)$	Prawd.	Dystr.
17	13	0,282609	0,282609
16	14	0,304348	0,586957
16	14	0,304348	0,891304
25	5	0,108696	1
74	46	1	
18,5	11,5		

L.losowa	1. rodzic	L.losowa	2. rodzic
0,257605	1	0,461967	2
0,593104	3	0,029899	1
0,984326	4	0,339787	2
0,703787	3	0,562683	2

Algorytm genetyczny – przykład TSP

- Problem komiwojażera dla n=5 miast
- Pętla 1 – krok 3: krzyżówka.

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	$DT(x_i)$	$FD(x_i)$
1	2	1	3	4	5	17	13
2	1	2	3	4	5	16	14
3	3	2	1	5	4	16	14
4	1	4	2	3	5	25	5
suma						74	46
średnia						18,5	11,5

L.losowa	1. rodzic	L.losowa	2. rodzic
0,257605	1	0,461967	2
0,593104	3	0,029899	1
0,984326	4	0,339787	2
0,703787	3	0,562683	2

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	$DT(x_i)$	$FD(x_i)$
1	2	1	3	4	5	17	13
2	1	2	3	4	5	16	14
3	3	2	1	5	4	16	14
4	2	1	3	4	5	17	13
5	1	3	2	4	5	20	10
6	1	4	3	2	5	15	15
7	3	2	1	5	4	16	14
8	1	2	3	4	5	16	14
suma						133	107
średnia						16,625	13,375

Algorytm genetyczny – przykład TSP

- Problem komiwojażera dla n=5 miast
- Pętla 1 – krok 4: mutacja.

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	$DT(x_i)$	$FD(x_i)$	L.losowa
1	2	1	3	4	5	17	13	0,848339
2	1	2	3	4	5	16	14	0,15809
3	3	2	1	5	4	16	14	0,596159
4	2	1	3	4	5	17	13	0,824065
5	1	3	2	4	5	20	10	0,842534
6	1	4	3	2	5	15	15	0,88263
7	3	2	1	5	4	16	14	0,714549
8	1	2	3	4	5	16	14	0,014823
suma						133	107	
średnia						16,625	13,375	

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	$DT(x_i)$	$FD(x_i)$
1	2	1	3	4	5	17	13
2	1	2	3	4	5	16	14
3	3	2	1	5	4	16	14
4	2	1	3	4	5	17	13
5	1	3	2	4	5	20	10
6	1	4	3	2	5	15	15
7	3	2	1	5	4	16	14
8	5	2	3	4	1	15	15
suma						132	108
średnia						16,5	13,5

Algorytm genetyczny – przykład TSP

- Problem komiwojażera dla *n*=5 miast
- Pętla 1 – krok 5: selekcja następnego pokolenia.

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	DT(x_i)	FD(x_i)
6	1	4	3	2	5	15	15
8	5	2	3	4	1	15	15
2	1	2	3	4	5	16	14
3	3	2	1	5	4	16	14
7	3	2	1	5	4	16	14
1	2	1	3	4	5	17	13
4	2	1	3	4	5	17	13
5	1	3	2	4	5	20	10
suma						132	108
średnia						16,5	13,5

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	DT(x_i)	FD(x_i)
1	2	1	3	4	5	17	13
2	1	2	3	4	5	16	14
3	3	2	1	5	4	16	14
4	1	4	2	3	5	25	5
suma						74	46
średnia						18,5	11,5

osobnik	m1	m2	m3	m4	m5	DT(x_i)	FD(x_i)
6	1	4	3	2	5	15	15
8	5	2	3	4	1	15	15
2	1	2	3	4	5	16	14
3	3	2	1	5	4	16	14
suma						62	58
średnia						15,5	14,5