

Planowanie produkcji w systemie piec do topienia metalu-linia odlewnicza

Adam Stawowy, Jerzy Duda

Wydział Zarządzania

Katedra Informatyki Stosowanej

Problem

W pracy przedstawiono problem planowania produkcji w odlewni dysponującej jednym piecem do topienia metalu i linią odlewniczą, która dostarcza różnorodne odlewy w wielu gatunkach żeliwa/staliwa dla dużej liczby klientów. Ilość topionego metalu nie może przekroczyć pojemności pieca, jednorazowo przygotowywany jest metal określonego gatunku, z którego wykonywane są wyroby na automatycznej linii odlewania. Należy tak dobrać kolejność topionych gatunków metalu, by nie dopuścić do opóźnień w dostawach wyrobów dla klientów. Problem ten jest powszechnie rozważany jako zestawianie i harmonogramowanie partii produkcyjnych (ang. lot-sizing and scheduling problem).

Motywacje

- Problem ważny dla praktyki gospodarczej.
- Trudny problem z obszaru badań operacyjnych.
- Uboga literatura przedmiotu.
- Proponowane metody rozwiązania z wykorzystaniem komercyjnych solverów.
- Nieprecyzyjnie opisane heurystyki rozwiązujące.
- Proponujemy dwa algorytmy inteligencji obliczeniowej:
 1. algorytm genetyczny (GA),
 2. ewolucja różnicowa (DE).

Zapis problemu (model)

Zminimalizować

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (h_{it}^- I_{it}^- + h_{it}^+ I_{it}^+) + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (s_k z_n^k) \quad (1)$$

przy:

$$I_{it-1}^+ - I_{it-1}^- + \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K x_{in} a_i^k - I_{it}^+ + I_{it}^- \geq d_{it}, \quad i=1, \dots, I, t=1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I w_i x_{in} a_i^k + s t_k z_n^k \leq C y_n^k, \quad k=1, \dots, K, n=1, \dots, N \quad (3)$$

$$z_n^k \geq y_n^k - y_{n-1}^k, \quad k=1, \dots, K, n=1, \dots, N \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K y_n^k = 1, \quad n=1, \dots, N \quad (5)$$

$$I_{it}^-, I_{it}^+, x_{it} \geq 0, \quad I_{it}^-, I_{it}^+, x_{it} \in \mathfrak{Z}, \quad I_{i0}^-, I_{i0}^+ = 0, \quad i=1, \dots, I \quad (6)$$



Algorytm genetyczny

Losowo wygeneruj populację P , liczącą 50 osobników

Oblicz przystosowanie populacji P

while warunek_końca **not True**

Wybierz pary rodziców drogą dwójkowego turnieju

Wykonaj jednopunktową krzyżówkę z prawdopodobieństwem 0,5

Wykonaj mutację mutation1 z prawdopodobieństwem 0,2

Wykonaj mutację mutation2 z prawdopodobieństwem 0,02

Wykonaj mutację mutation3 z prawdopodobieństwem 0,02

Oblicz przystosowanie populacji P'

Utwórz nową populację P

while end

Pokaż najlepsze rozwiązanie

Reprezentacja rozwiązania

- Rozwiązanie jest reprezentowane przez zbiór wektorów (chromosomów)

$$S_i = \{\mathbf{x}_{1j}, \mathbf{x}_{2j}, \dots, \mathbf{x}_{nj}, \mathbf{o}_{1j}, \mathbf{o}_{2j}, \dots, \mathbf{o}_{nj}, \mathbf{a}_j\}$$

gdzie

- \mathbf{x}_{ji} – koduje wielkość produkcji na zmianie i , w partii j
- \mathbf{o}_{ji} – koduje numery zamówień wykonywanych na zmianie i , w partii j
- \mathbf{a}_i – koduje metal topiony na zmianie i
- n – liczba partii

Przykład planu (rozwiązania)

- Plan dla **10** wyrobów w **2** gatunkach metalu wytwarzanych na **10** zmianach (dozwolone są **3** partie)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	97	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	28	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	36	4	27
o_{1i}	3	8	5	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	3	8	2	10	3	8	1	10
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	5	7	4	6
a_j	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

- Na pierwszej zmianie produkowane są trzy wyroby: 9 szt. dla zamówienia nr 3, 50 – dla zam. nr 4, i 33 – dla zam. nr 2
- Wszystkie wyroby są produkowane z metalu o symbolu 1

Krzyżówka

- Standardowa, jednopunktowa
- Dane z dwóch rozwiązań są wymieniane w wylosowanym punkcie

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	97	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	28	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	36	4	27
o_{1i}	3	8	5	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	3	8	2	10	3	8	1	10
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	5	7	4	6
a_j	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	49	3	60	8	50	41	82	40	50	59
x_{2i}	52	65	47	8	47	14	46	97	39	58
x_{3i}	66	9	7	41	43	27	18	50	79	56
o_{1i}	4	9	8	8	8	4	1	1	2	8
o_{2i}	4	6	9	8	7	1	3	2	2	7
o_{3i}	2	7	8	6	10	1	4	4	3	10
a_i	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	97	6	20	32	49	82	40	50	59
x_{2i}	50	3	66	28	64	28	46	97	39	58
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	18	50	79	56
o_{1i}	3	8	5	6	1	9	1	1	2	8
o_{2i}	4	6	3	8	2	10	3	2	2	7
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	4	4	3	10
a_j	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	49	3	60	8	50	41	30	89	10	34
x_{2i}	52	65	47	8	47	14	62	16	43	73
x_{3i}	66	9	7	41	43	27	13	36	4	27
o_{1i}	4	9	8	8	8	4	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	9	8	7	1	3	8	1	10
o_{3i}	2	7	8	6	10	1	5	7	4	6
a_i	1	2	2	2	2	1	1	2	1	2

Mutation 1

- Działa na wektorach wielkości produkcji
- Dodaje lub odejmuje 1 w wylosowanym punkcie

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	97	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	28	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	36	4	27
o_{1i}	3	8	5	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	3	8	2	10	3	8	1	10
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	5	7	4	6
a_i	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	96	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	29	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	35	4	27
o_{1i}	3	8	5	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	3	8	2	10	3	8	1	10
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	5	7	4	6
a_i	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

Mutation 2

- Działa na wektorach zamówień
- Wylosowany nr zamówienia jest zamieniany na inny (o ile zgadzają się gatunki metalu!)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	97	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	28	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	36	4	27
o_{1i}	3	8	5	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	3	8	2	10	3	8	1	10
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	5	7	4	6
a_i	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

Ta zmiana
jest
zabroniona

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	96	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	29	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	35	4	27
o_{1i}	3	8	2	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	3	8	2	8	3	8	1	10
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	5	2	4	6
a_i	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

Mutation 3

- Działa na wektorze gatunków metalu
- W wylosowanej zmianie gatunek zmieniany jest na inny
- Zamówienia muszą się zgadzać z gatunkiem metalu!

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	97	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	28	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	36	4	27
o_{1i}	3	8	5	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	6	3	8	2	10	3	8	1	10
o_{3i}	2	9	2	10	4	7	5	7	4	6
a_i	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_{1i}	9	96	6	20	32	49	30	89	10	34
x_{2i}	50	3	66	28	64	29	62	16	43	73
x_{3i}	33	35	61	81	15	41	13	35	4	27
o_{1i}	3	4	2	6	1	9	1	9	3	7
o_{2i}	4	5	3	8	2	8	3	8	1	10
o_{3i}	2	1	2	10	4	7	5	2	4	6
a_i	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2

Trzeba zmienić numery zamówień

Badania

- Przygotowano 8 rodzajów problemów, dla każdego 10 przypadków – razem 80 przypadków testowych.
- Każdy przypadek obliczano 10 razy, po czym zapisywano średnią i odchylenie standardowe wyników.

Parametr	Wartość
liczba wyrobów(I)	50
liczba dni(T)	5
liczba zmian (N)	10
liczba gatunków metalu (K)	10
zapotrzebowanie (d_{it})	[10, 60]
masa wyrobów (w_i)	[1, 30]
strata na zmianie gatunku metalu (st_k)	[5, 10]
kara za zmianę gatunku (s_k)	niska: $5*st_k$, wysoka: $50*st_k$
pojemność pieca (Cap)	$C/0.6, C/0.8, C/1.0, C/1.2$

Niska kara za zmiany gatunków

		CPLEX	GA	DE
C/1.2	<i>średnia</i>	9.42	0.32	7.50
	<i>odch.st.</i>	0.78	0.11	1.64
C/1.0	<i>średnia</i>	27.20	1.20	32.68
	<i>odch.st.</i>	2.37	1.11	8.68
C/0.8	<i>średnia</i>	65.84	15.24	121.25
	<i>odch.st.</i>	16.64	10.89	27.36
C/0.6	<i>średnia</i>	175.66	263.86	626.65
	<i>odch.st.</i>	117.29	123.72	316.94

Wysoka kara za zmiany gatunków

		CPLEX	GA	DE
C/1.2	<i>średnia</i>	7.45	0.70	11.01
	<i>odch.st.</i>	1.14	0.42	2.36
C/1.0	<i>średnia</i>	22.34	1.02	31.93
	<i>odch.st.</i>	2.87	0.37	6.78
C/0.8	<i>średnia</i>	60.76	37.58	134.19
	<i>odch.st.</i>	5.01	13.91	43.99
C/0.6	<i>średnia</i>	49.57	96.91	247.98
	<i>odch.st.</i>	11.14	9.46	39.95

Podsumowanie i wnioski

- Algorytm genetyczny proponowany przez nas może osiągać lepsze wyniki niż CPLEX i może potencjalnie obsługiwać bardziej złożone problemy, które są wyrażone w dowolnej formie (byleby tylko można było oceniać jakość rozwiązań).
- Chociaż algorytmy CI działają dobrze dla rozważanego problemu, należy stwierdzić, że lot-sizing nie w pełni opisuje charakterystykę planowania produkcji w odlewni. Model LS ma przede wszystkim na celu zbilansowanie zasobów, nie uwzględniając dostatecznie wymagań czasowych (terminów dostaw). Dlatego model wymaga rozszerzenia/przebudowy, by mógł odzwierciedlać wszystkie ograniczenia i zależności związane z wymogami produkcyjnymi i marketingowymi.